TER: Utilisation de la logique possibiliste pour la modélisation d'un système de commandes pour le pilotage d'une serre agricole.

Sujet proposé par Odile PAPINI, en collaboration avec Jean-François BALMAT et Frédéric LAFONT.

Sommaire :

Rapport réalisé dans le cadre des Travaux d'Etudes et de Recherche.
Année universitaire 2003 - 2004, Maîtrise d'Informatique.
Université du Sud TOULON VAR.

I. Introduction.

Les problèmes de prise de décision rationnelle sont souvent résolus par des mécanismes logiques. La logique classique permet de résoudre une partie de ces problèmes en tirant des conclusions à partir des connaissances que l'on a. Dans la réalité, certaines applications utilisent des informations qui ne peuvent pas toujours être représentées par des variables booléennes. Par exemple, les informations ayant trait à des données physiques peuvent être décrites de façon qualitative : La température de l'eau peut être chaude, froide, ou tiède. La logique classique n'est pas adaptée à ce type de problèmes. Ce type d'information nécessite une nouvelle représentation des connaissances, avec des formalismes tels que la logique floue ou la logique des possibilités. Dans ce rapport nous nous sommes intéressés à ces deux formalismes par le biais d'une application réelle : la modélisation de la gestion automatique de la serre.

Cette étude se déroule suivant le plan suivant :
Dans une première section, nous allons présenter le sujet et expliquer les limites de la logique classique. Puis, nous allons étudier d'autres formalismes permettant de représenter différemment la connaissance : la logique floue dans la section III (logique choisie initialement pour représenter les connaissances) et la logique possibiliste dans la section IV. Enfin nous verrons dans la section V, comment il est possible de décrire et de résoudre le problème en logique possibiliste.

II. Description du problème.

L'équipe AI du laboratoire SIS de l'Université de Toulon et du Var a mis au point une serre agricole automatisée grâce à un système de commandes basé sur la logique floue [1]. Plusieurs capteurs permettent de prendre des mesures des conditions climatiques telles que la température, la vitesse du vent, l'hygrométrie ou encore le rayonnement solaire.

Le « régulateur flou » du système de commandes dispose alors d'un ensemble de règles établies par des experts en agronomie. Grâce aux mesures et aux déductions logiques faites à partir de ces règles, on peut déterminer les types d'actions à effectuer et avec quelle intensité on doit les effectuer.

L'utilisation de la logique floue permet d'effectuer les actions avec plus ou moins d'intensité, ce qui n'est pas possible avec une représentation des connaissances utilisant la logique classique.

De plus, la représentation en logique floue permet de moduler les actions à effectuer et donc d'économiser de l'énergie en diminuant les marges d'erreurs par rapport à un système de commandes classiques.

Les différentes actions peuvent être le chauffage, l'aération, la brumisation ainsi que la position des rideaux. Grâce à ces actions, on peut maintenir des conditions climatiques optimales à l'intérieur de la serre.

✓ *Exemple :* Si les conditions météorologiques extérieures sont mauvaises (vent violent, faible température, bon ensoleillement, hygrométrie nulle), on va choisir de fermer un peu les rideaux, de fermer complètement les aérations, de chauffer beaucoup et de brumiser moyennement.

On peut alors se douter via cet exemple que le formalisme trop rigide de la logique classique est inadapté au problème et on verra ensuite comment représenter le problème en logique floue puis en logique possibiliste.

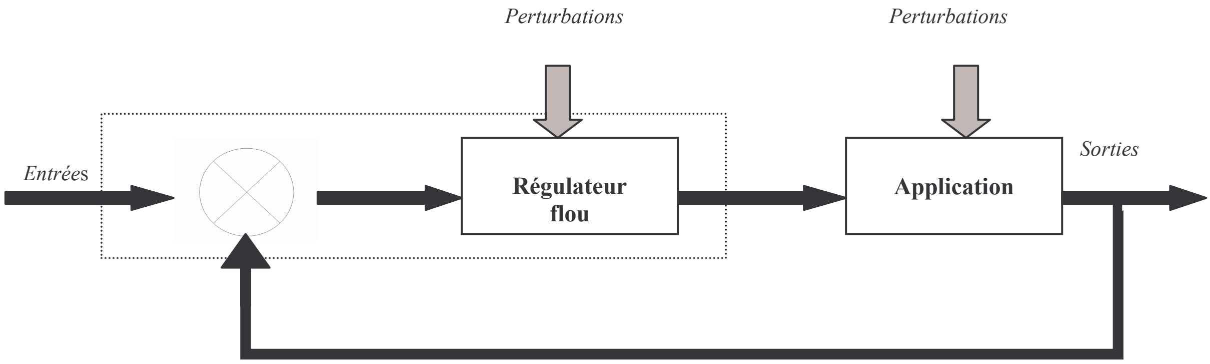


Schéma 1 : Graphe de fonctionnement du système de commandes de la serre agricole [1].

III. La logique floue.

La logique floue a été conçue dans le but de formaliser et de mécaniser les méthodes humaines pour des raisonnements empiriques ou naturels, la rationalisation de procédures de choix (Par exemple en Intelligence Artificielle).

La logique floue permet de faire le lien entre modélisation numérique et modélisation symbolique, afin d'intégrer l'homme dans son environnement informatique.

Dans la vie réelle, notre raisonnement naturel nous permet souvent de prendre les bonnes décisions à partir d'informations floues. C'est pourquoi la logique floue à pour but de modéliser de façon nuancée la connaissance experte et de simuler un raisonnement naturel.

Voyons à présent comment on peut représenter un système de connaissances en logique floue.

1. Dans le cas général.

a. L'utilisation de la logique floue.

Pour pouvoir réguler de façon optimale les conditions climatiques de la serre, nous avons besoin de savoir quelles actions déclencher et dans quelles proportions.

La logique classique n'est pas adaptée pour représenter la connaissance nécessaire à la modélisation de la gestion automatique de la serre.

En effet, en logique classique, en vertu du principe du tiers exclus, une proposition est soit vraie soit fausse. Dans notre problème, une information peut être plus ou moins vraie ou plus ou moins fausse.

Or les informations dont on dispose sont des mesures numériques fournies par des capteurs, alors que nous devons traiter des informations qualitatives.

- ✓ *Exemple :* Une température d'eau peut être qualifiée de chaude, froide ou tiède. Mais on peut encore nuancer cette description en disant par exemple que l'eau est très chaude ; chaude ; ou encore «entre tiède et chaude».

Pour cela le formalisme de la logique floue [5], que nous présentons dans la section b, a été choisi pour représenter la connaissance. En effet disposant d'informations représentées en logique floue, il est possible de faire des déductions en utilisant des méthodes qui ont été développées pour la déduction en logique floue telle que la méthode du Min/Max.

Remarque :

Les algorithmes de ce type sont utilisés de façon générale dans les systèmes d'Intelligence Artificielle.

b. Formalisme :

<u>Représentation des connaissances en logique floue :</u>

Soit A un intervalle borné, A inclus dans l'ensemble des réels.

Soit $x \in A$ une variable représentant une donnée du problème, x peut être une variable d'entrée ou de sortie.

On peut définir la fonction μ_A telle que :

$$\begin{aligned} \mu_A :\ & A \longrightarrow [0,1]. \\ & x \longrightarrow \mu_A(x). \end{aligned}$$

μ_A est appelée fonction d'appartenance de la classe A. Pour chaque valeur de x, $\mu_A(x)$ est le degré d'appartenance de x à la classe A.

Remarque :

- *$\mu_A(x)=1$ signifie que x appartient à la classe de A.*
- *$\mu_A(x)=0$ signifie que x n'appartient pas à la classe A.*
- *$\mu A(x)=0.8$ signifie qu'il est très probable que x appartienne à la classe A.*
- *$\mu A(x)=0.2$ signifie qu'il est peu probable que x appartienne à la classe A.*

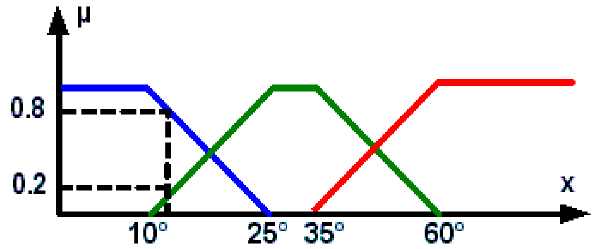


Schéma 2 : Exemple d'une fonction d'appartenance.

On dispose également d'un ensemble de règles permettant de déclencher les actions. Elles sont de la forme :

Si *conditions* alors *actions*

Les conditions portent sur le degré d'appartenance des variables d'entrée. Grâce à ces valeurs on peut sélectionner les règles appropriées et leur appliquer un système de déduction.

Les règles appropriées sont celles qui satisfont les conditions de la partie gauche de l'implication.

A partir des fonctions d'appartenance, des variables d'entrée, et des règles appropriées , on obtient ainsi les coefficients des variables de sortie, c'est-à-dire les l'intensité avec laquelle l'action sera déclenchée.

Méthode de déduction en logique floue [5]:

Parmi les différentes méthodes de déduction utilisées en logique floue (méthode max-produit, somme-produit, et min-max [6]) nous nous intéressons à la méthode min-max qui est utilisée dans l'application que nous allons présenter.

La méthode du min/max (appelée aussi méthode Mandani [5]) est basée sur les fonctions d'appartenance triangulaires et sur les règles de la forme implicative telles que :

Si (x_1 est A_{i1}) et (x_2 est A_{i2}) alors (y est B_i)

Soient $\mu_{A11}(x_1)$ et $\mu_{A12}(x_2)$ les fonctions d'appartenance respectivement des classes Ai1 et A_{i2} pour les variables x_1 et x_2.

Pour chaque règle i satisfaisant (x_1 est A_{i1} et x_2 est A_{i2})=VRAI, on considère le coefficient β_i tel que :

$\beta i = \min[\mu_{A11}(x_1) , \mu_{A12}(x_2)]$

Pour chaque variable de sortie « s », on calcule son degré d'appartenance à une classe C dans chacune des classes qui leur sont associées : le degré d'appartenance de la variable de sortie « s » à la classe C, noté $\mu_c(s)$, est tel que :

$\mu_c(s) = \max \beta_i$ tels que (s est C) se trouve à droite de l'implication dans la règle i.

Remarque :

Si (s est C) n'apparaît dans aucunes des règles, alors $\mu_c(s)$=0.

Prise de décision (ou « défuzzification ») : [5]:

On veut à présent déterminer le coefficient y_0 associé à chaque variable de sortie, c'est-à-dire l'intensité avec laquelle l'action est déclenchée. Parmi les différentes méthodes existantes (la méthode du centre de gravité, la méthode du maximum, la méthode des surfaces, la méthode des hauteurs, voir [1], [5] et [6]) on utilise celle du centre de gravité, considérée comme la plus efficace.

Cette méthode consiste à effectuer une moyenne arithmétique basée sur les coefficients $\mu_c(s)$ et les fonctions d'appartenance associées à la variable s.

Dans un premier temps, on doit définir la fonction $\mu'_c(s)$. le coefficient y_0 est alors le centre de gravité de l'ensemble des points délimités par la courbe $\mu'_c(s)$ issue de la troncature de l'ensemble des fonctions d'appartenance de la sortie s, d'où :

$$y0 = \frac{\sum_a^b \mu'_c(s).s}{\sum_a^b \mu'_c(s)}$$

Un exemple détaillé d'application de cette méthode est présenté dans le paragraphe suivant.

2. Dans le cas de la serre agricole [1].

a. Les variables d'entrée.

On dispose de deux variables d'entrée représentant les variations de température :

$\varepsilon_{ti} = \theta_c - \theta_i$ avec θ_c = température de consigne qui représente la température optimale définie par un expert en agronomie.

et θ_i = température réelle mesurée par les capteurs de la serre.

$\Delta\varepsilon_{ti} = \dfrac{d\varepsilon t_i}{dt}$ qui représente la dérivée de εti par rapport au temps.

b. Les variables de sortie.

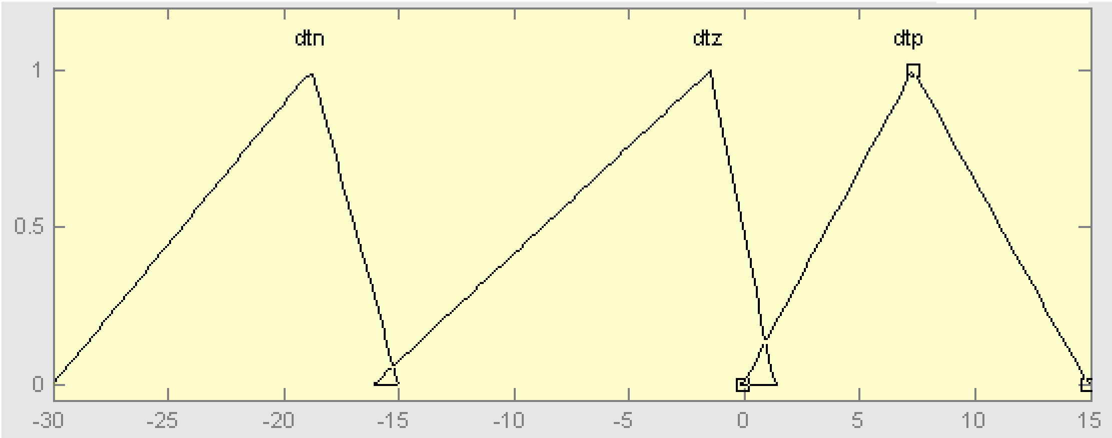
Trois variables de sortie correspondent aux actions à déclencher.

Ch : Chauffage.
Ov: Ouverture du toit.

c. Les fonctions d'appartenance.

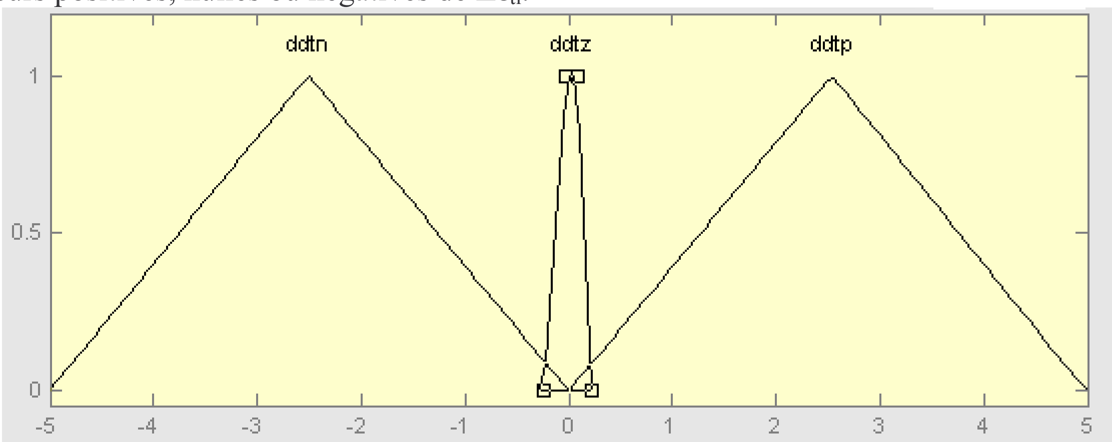
A chacune de ces variables, on associe des fonctions d'appartenance.
L'entrée εh_i a trois fonctions d'appartenance (voir figure ci-dessous) représentant des

valeurs positives, nulles ou négatives de $\varepsilon_{ti.}$



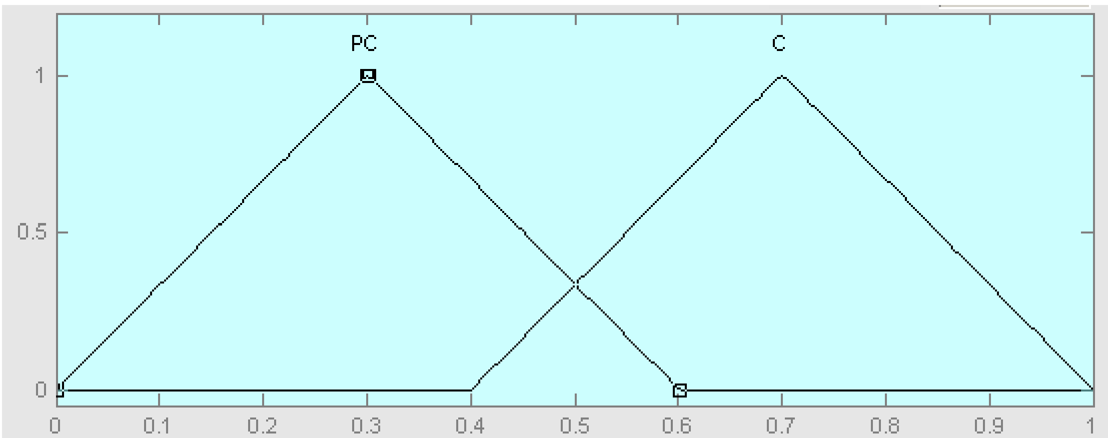
Schema3 : Fonctions d'appartenance pour la variable εti [1].

L'entrée Δεti a trois fonctions d'appartenance (voir figure ci-dessous) représentant des valeurs positives, nulles ou négatives de $\Delta\varepsilon_{ti}$.



Schema4 : Fonctions d'appartenance pour la variable $\Delta\varepsilon_{ti}$ *[1].*

La commande chauffage (Ch) a deux fonctions d'appartenance. PC représente la commande « pas de chauffage » et C représente la commande « chauffage ».



Schema5 : Fonctions d'appartenance pour la variable Ch [1].

La commande toit (Ov) a trois fonctions d'appartenance. F représente la commande « fermé », Z représente la commande « pas d'action» et O représente la commande « ouvert».

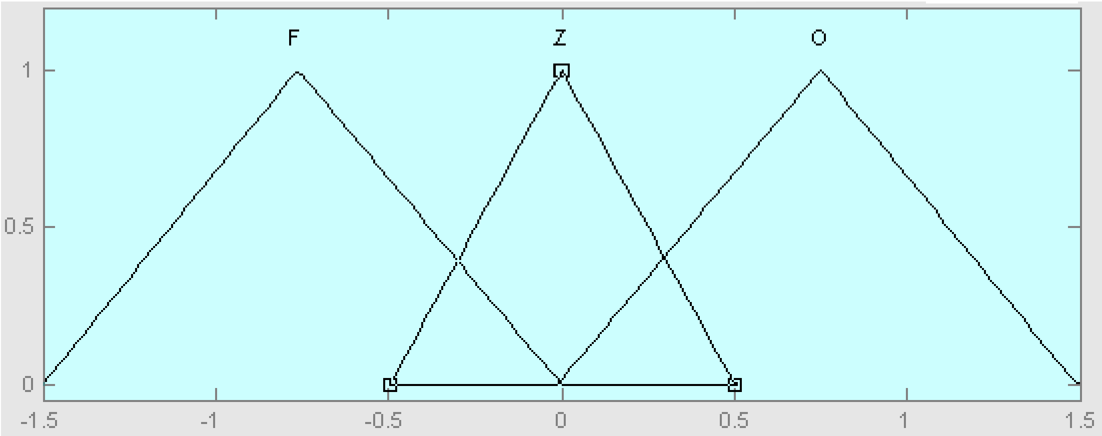


Schéma6 : Fonctions d'appartenance pour la variable Ov [1].

d. Les règles.

On dispose des règles suivantes :

1. If (ε_{ti} is dtp) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtn) then (Ch is C)(Ov is F)
2. If (ε_{ti} is dtp) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtz) then (Ch is C)(Ov is F)
3. If (ε_{ti} is dtp) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtp) then (Ch is C)(Ov is F)
4. If (ε_{ti} is dtz) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtn) then (Ch is PC)(Ov is Z)
5. If (ε_{ti} is dtz) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtz) then (Ch is PC)(Ov is Z)
6. If (ε_{ti} is dtz) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtp) then (Ch is PC)(Ov is F)
7. If (ε_{ti} is dtn) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtn) then (Ch is PC)(Ov is O)
8. If (ε_{ti} is dtn) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtz) then (Ch is PC)(Ov is Z)
9. If (ε_{ti} is dtn) and ($\Delta\varepsilon_{ti}$ is ddtp) then (Ch is PC)(Ov is Z)

e. Exemple d'application.

Prenons une température de consigne θc=22°C et une température réelle θi =21°C.

$\varepsilon ti = \theta c - \theta i = 22-21 = 1°C$ et $\Delta\varepsilon ti = 1$.

On a alors :

$\mu_{dtn}(\varepsilon ti) = \mu_{dtn}(1) = 0$ $\quad \mu_{dtz}(\varepsilon ti) = \mu_{dtn}(1) = 0.5$ $\quad \mu_{dtp}(\varepsilon ti) = \mu_{dtn}(1) = 0.1$

$\mu_{ddtn}(\Delta\varepsilon ti) = \mu_{ddtn}(1) = 0$ $\quad \mu_{ddtz}(\Delta\varepsilon ti) = \mu_{ddtz}(1) = 0$ $\quad \mu_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti) = \mu_{ddtp}(1) = 0.35$

On ne sélectionne alors que les règles 3 et 6.

Remarque : *(εti is dtp) <=> $\mu_{dtp}(\varepsilon ti) \neq 0$*

$\beta3 = \min[\mu_{dtp}(\varepsilon ti), \mu_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)] = \min[0.1, 0.35] = 0.1$
$\beta6 = \min[\mu_{dtp}(\varepsilon ti), \mu_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)] = \min[0.5, 0.35] = 0.35$

Pour chacune des deux variables de sortie (Ch et Ov) on détermine leur degré d'appartenance respectivement aux classes PC, C et F, Z, O.

$\mu_{PC}(Ch) = \max(\beta6) = \beta6 = 0.35.$ $\mu_F(Ov) = \max(\beta6,\beta3) = \beta6 = 0.35.$
$\mu_C(Ch) = \max(\beta3) = \beta3 = 0.1.$ $\mu_O(Ov) = 0.$
$\mu_Z(Ov) = 0.$

Les fonctions d'appartenance étant continues, on doit d'abord les discrétiser suivant un pas prédéfini(un pas de 0.1 pour les fonctions d'appartenance associées à la variable Ch et un pas de 0.25 pour les fonctions d'appartenance associées à la variable Ov).

On en déduit ensuite les coefficients Y0 et Y1 associés respectivement aux variables Ch et Ov. Pour cela, on utilise la méthode du centre de gravité.

On doit définir les fonctions $\mu'_{ch}(y)$ et $\mu'_{ov}(y)$:

Pour $\mu'_{ch}(y)$:

Si $0 \leq y \leq 0.4$ alors $\mu'_{ch}(y) = \min(\mu_{pc}(y), \beta3)$

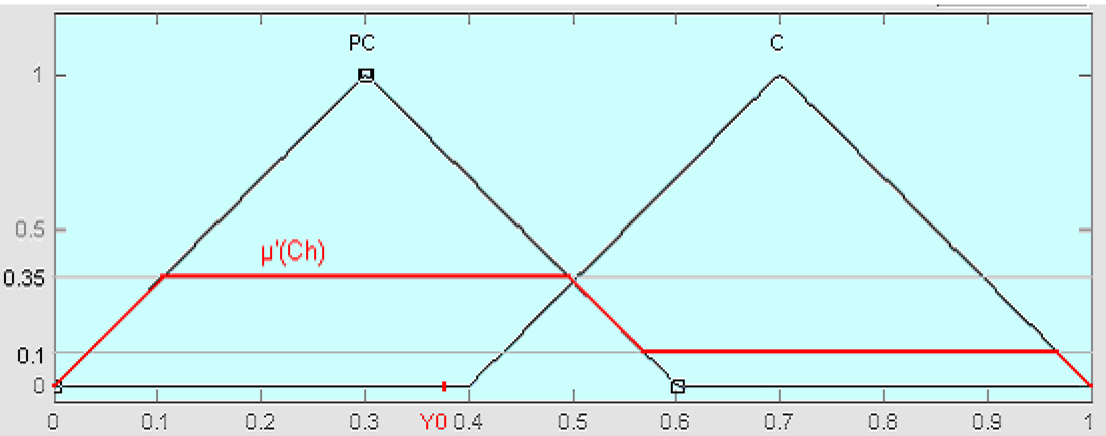
Si $0.4 < y < 0.6$ alors
si $\beta6 > \beta3$ alors $\mu'_{ch}(y) = \mu_c(y)$
sinon $\mu'_{ch}(y) = \mu_{pc}(y)$

Si $0.6 \leq y < 1$ alors $\mu'_{ch}(y) = \min(\mu_c(y), \beta6)$

On applique la formule générale à notre cas :

$$Y0 = \frac{\sum_a^b \mu'_{ch}(y).y}{\sum_a^b \mu'_{ch}(y)} \quad \text{et} \quad Y0 = \frac{\sum_0^{0.4} \min(\mu_{pc}(y), \beta3).y + \sum_{0.4}^{0.5} \mu_x(y).y + \sum_{0.6}^{1} \min(\mu_c(y), \beta6).y}{\sum_0^{0.4} \min(\mu_{pc}(y), \beta3) + \sum_{0.4}^{0.6} \mu_x(y) + \sum_{0.6}^{1} \min(\mu_c(y), \beta6)}$$

et on obtient donc :



Shéma7 : si β6> β3 alors μ'(Ch) = μc(y), sinon μ'(Ch) = μpc(y).

Après calcul, on a :

$$Y0 = \frac{0.35\times(0.1+0.2+0.3+0.4) + 0.3\times0.5 + 0.1\times(0.6+0.7+0.8+0.9)}{4\times0.35 + 0.3 + 4\times0.1} = 0{,}38$$

Pour $\mu'_{ov}(y)$:

Si $-1.25 \le y \le -0.5$ alors $\mu'_{ov}(y) = \min(\mu_f(y), \beta3)$

Si $-0.25 \le y \le 1.5$ alors $\mu'_{ov}(y) = \mu_f(y)$,

De meme la meme manière que pour Y0, on a pour Y1 :

$$Y1 = \frac{\sum_a^b \mu'_{Ov}(y).y}{\sum_a^b \mu'_{Ov}(y)}$$ ce qui nous donne $$Y1 = \frac{\sum_{-1.25}^{-0.5} \min(\mu_f(y), \beta3).y + \sum_{-0.25}^{1.5} \mu_f(y).y}{\sum_{-1.25}^{-0.5} \min(\mu_f(y), \beta3) + \sum_{-0.25}^{1.5} \mu_f(y)}$$

Et après calcul, on obtient :

$$Y1 = \frac{0.35\times(-1.25 - 1 - 0.75 - 0.5) + 0.3\times(-0.25)}{4\times0.35 + 0.3} = -0.76.$$

La valeur Y1 est l'intensité avec laquelle on va effectuer l'action de chauffage. Cette valeur peut être considérée comme la valeur de réglage du thermostat.
La valeur Y2 est l'intensité avec laquelle on va effectuer l'action d'ouverture du toit.

Nous venons donc de voir comment le système de commandes flou a été développé. Etudions à présent le formalisme de la logique possibiliste afin de pouvoir faire le parallèle avec le travail déjà accompli.

IV. La logique possibiliste : Présentation et formalisme.

La logique possibiliste (cf. [2], [3] et [4]) est une extension à la logique classique et permet de raisonner à partir d'informations incomplètes ou partiellement incohérentes. En effet, les formules en logique classique sont soit vraies, soit fausses. La logique possibiliste introduit alors deux coefficients qui reflètent le degré de vérité et le degré de certitude de la formule par rapport à un ensemble de formules donné. On va pouvoir ainsi échelonner la possibilité que la formule soit vraie à partir d'une distribution de possibilité.

La distribution de possibilité :

Soit x une variable appartenant à un intervalle U. Une distribution de possibilité πx relative à x décrit une connaissance de la valeur de x. Bien qu'inconnue, on suppose que cette valeur est unique. On a alors :

$$\pi_x : \begin{array}{l} U \longrightarrow [0,1]. \\ u \longrightarrow \pi_x(u). \end{array}$$

- $\pi_x(u)=0$ signifie que x=u est impossible.
- $\pi_x(u)=1$ signifie que x=u est tout à fait satisfaisante.
- $\pi_x(u) > \pi_x(u')$ signifie que x=u est plus plausible que x=u'.

Ainsi en logique possibiliste, on pourra affecter un degré de possibilité ou un degré de nécessité aux formules.

On peut donc définir deux notions :

- La notion de possibilité.
- La notion de nécessité.

<u>Le degré de possibilité</u> :

Soit A $\subset$ U. Le degré de cohérence ou de possibilité du sous-ensemble A, noté $\Pi(A)$, évalue la cohérence de A avec les informations connues, représentées par la distribution de possibilité.

On a : $\Pi(A) = \sup_{u \in U} \pi_x(u)$.

<u>Le degré de nécessité :</u>

Soit A $\subset$ U. Le degré de nécessité ou de certitude du sous-ensemble A, note N(A) évalue à quel point A est inféré à partir des informations de π.

On a $N(A) = 1- \Pi(\neg A) = \inf_{u \notin U} (1 - \pi_x(u))$

La logique possibiliste étend la logique propositionnelle de la façon suivante. A toute formule propositionnelle f, on associe soit un degré de possibilité, soit un degré de nécessité, qui évalue à quel point la formule propositionnelle est cohérente ou non. Dans notre cas nous affecterons un degré de possibilité aux formules. En logique possibiliste, une formule F s'écrit donc sous la forme d'un couple (F, α) où F est la formule propositionnelle et α le degré de possibilité associé à cette formule.

Grâce à ces différents coefficients, il est alors possible d'utiliser des méthodes de déduction pour obtenir les résultats voulus. La plupart de ces méthodes sont issues de la logique classique et ont été adaptées à la logique possibiliste, notamment pour ce qui est des calculs des coefficients finaux, c'est-à-dire des coefficients permettant de dire si ce résultat est plus ou moins possible.

La plus répandue de ces méthodes reste la méthode de la résolution.

On peut, par exemple, vérifier si un ensemble de formules peut inférer une formule possibiliste. On rajoute, pour cela, la négation de la formule résultat, à laquelle on associe le coefficient 1, à l'ensemble de formules de départ, et on applique la résolution possibiliste.

Avant d'aborder l'algorithme de résolution possibiliste intéressons nous à l'opération de base : la création de la résolvante.

Soient deux clauses possibilistes C1 et C2 telles que : C1 = ($a \vee b$, $\alpha 1$) et C2 = ($\neg a \vee c$, $\alpha 2$). La résolvante r de ces deux clauses est :

$$r = (b \vee c , \min (\alpha 1,\alpha 2)).$$

<u>Algorithme de résolution possibiliste [2] :</u>

Soit F un ensemble de formules possibilistes et une formule propositionnelle φ. Le but est de déterminer à quel point φ est inférée à partir de F, c'est-à-dire de déterminer :

$$\sup \ \{\alpha \in [0,1] ,\ F \models (\varphi\ \alpha) \}$$

On peut répondre à cette question en utilisant l'algorithme suivant :

1. Mettre F sous forme clausale C.
2. Mettre $(\neg\varphi,1)$ sous forme clausale où c1, …, cn sont les clauses obtenues.
3. $C' \longleftarrow C \cup \{ (c1,1) , \ldots (cn,1) \}$
4. Déduire de cet ensemble C' la clause ($\perp$, β) en appliquant la résolution possibiliste à C' et calculant à chaque étape la résolvante des clauses initiales.
5. β est alors le degré de possibilité associé à φ.

Voyons à présent un exemple de la résolution possibiliste.

Exemple : Soit A= $\{(p \vee c, 0.7) , (\neg p, 0.4) \}$ un ensemble de clauses. On veut vérifier si c est inféré à partir de A et avec quel degré de possibilité. On rajoute donc $(\neg c, 1)$ à A. On peut appliquer alors le système de résolution possibiliste.

$$\begin{tikzcd}
(p \vee c , 0.7) \arrow[dr] & & (c,1) \arrow[dl] & \\
& (p, 0.7) \arrow[dr] & & (\neg p, 0.4) \arrow[dl] \\
& & (\perp , 0.4) &
\end{tikzcd}$$

On peut donc en déduire que c est inféré a partir de A avec un poids de 0.4 .

Quelques propriétés importantes [4] **:**

$$\Pi\,(A \vee B) = \max\,[\,\Pi(A)\,;\,\Pi(B)\,].$$

$$\max\,[\,\Pi(A)\,,\,\Pi(B)\,] = 1.$$

On a donc vu quels étaient les définitions et les mécanismes de déduction possibiliste. Dans la prochaine section, on va s'intéresser au passage de la logique floue à la logique possibiliste afin de traduire notre problème en logique possibiliste.

V. Passage de la logique floue à la logique possibiliste.

1. Cas général.

Le but de cette section est d'expliquer comment il est possible de transformer le système de commandes floues vers un système de commandes basé sur la logique possibiliste. Pour cela il faut représenter les connaissances différemment afin de pouvoir utiliser un système de résolution possibiliste.

Dans notre problème, on a deux variables d'entrée εti et $\Delta\varepsilon ti$ avec trois fonctions d'appartenance pour chaque variable et deux variables de sortie Ch et Ov pour lesquelles on a respectivement deux et trois fonctions d'appartenance.

Pour la variable εti, on a : μ_{dtn}, μ_{dtz} et μ_{dtp}.
Pour la variable $\Delta\varepsilon ti$, on a : μ_{ddtn}, μ_{ddtz} et μ_{ddtp}.
Pour la variable Ch, on a : μ_{pc} et μ_{c}.
Pour la variable Ov, on a : μ_{f}, μ_{z} et μ_{o}.

Ces fonctions sont définies de la façon suivante :

$$[-30,15] \longrightarrow [0,1]$$

$$\varepsilon ti \longrightarrow \mu_{dtn}(\varepsilon ti),\ \mu_{dtz}(\varepsilon ti),\ \mu_{dtp}(\varepsilon ti)$$

$$[-1.5,\ 1.5] \longrightarrow [0,1]$$

$$\Delta\varepsilon ti \longrightarrow \mu_{ddtn}(\Delta\varepsilon ti),\ \mu_{ddtz}(\Delta\varepsilon ti),\ \mu_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)$$

Ces six fonctions d'appartenance définissent en fait six distributions de possibilité (en discrétisant les ensembles de départ).

$$\{-30,\ \dots\ ,15\} \longrightarrow [0,1]$$

$$\varepsilon ti \longrightarrow \pi_{dtn}(\varepsilon ti),\ \pi_{dtz}(\varepsilon ti)$$

$\pi_{dtp}(\varepsilon ti)$

$\{-1.5, \ldots, 1.5\} \longrightarrow [0,1]$

$\Delta\varepsilon ti \longrightarrow \pi_{ddtn}(\Delta\varepsilon ti)$

$\Delta\varepsilon ti \longrightarrow \pi_{ddtz}(\Delta\varepsilon ti)$

$\Delta\varepsilon ti \longrightarrow \pi_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)$

De la même façon, et pour les variables de sorties, on a :

$[0,1] \longrightarrow [0,1]$

$Ch \longrightarrow \mu_c(Ch)$

$Ch \longrightarrow \mu_{pc}(Ch)$

$[-1.5, 1.5] \longrightarrow [0,1]$

$Ov \longrightarrow \mu_f(Ov)$

$Ov \longrightarrow \mu_z(Ov)$

$Ov \longrightarrow \mu_o(Ov)$

Ce qui nous donne les distributions de possibilité suivantes :

$\{0, \ldots, 1\} \longrightarrow [0,1]$

$Ch \longrightarrow \pi_c(Ch)$

$Ch \longrightarrow \pi_{pc}(Ch)$

$\{-1.5, \ldots, 1.5\} \longrightarrow [0,1]$

$Ov \longrightarrow \pi_f(Ov)$

$Ov \longrightarrow \pi_z(Ov)$

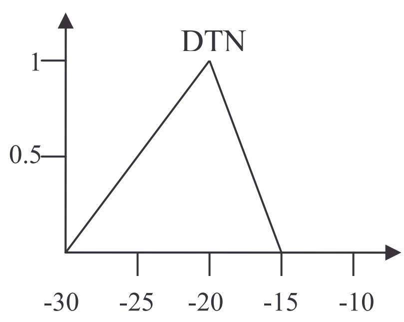
$Ov \longrightarrow \pi_o(Ov)$

A partir de chacune de ces distributions de possibilité, on peut définir :

- Une mesure de possibilité Π.
- Une mesure de nécessité N.

Ce qui nous intéresse ici, c'est la mesure de possibilité. En effet, on veut exprimer à quel point il est cohérent que εti Є DTN, DTZ ou DTP. Donc à partir de la discrétisation de l'intervalle de départ, il faut définir une mesure de possibilité pour chacune des distributions de possibilité.

Par exemple :



Sur cet exemple, on a : $\pi_{dtn}(\{-30\})=0$, $\pi_{dtn}(\{-25\})=0{,}4$, $\pi_{dtn}(\{-20\})=1$, $\pi_{dtn}(\{-15\})=0$.

Remarque :

Pour la clarté de l'explication, la discrétisation se fait avec un pas de 5. Cependant, il est préférable de faire une discrétisation plus fine.

Déterminons, à présent la mesure de possibilité. $\Pi(A) = \sup_{u \in A} \pi_x(u)$.

On rappelle que $\Pi_x(A)$ exprime dans quelle mesure il existe une valeur $u \in A$ qui peut être une valeur pour x.

Dans notre cas:

$\Pi_{dtn}(\{-30\}) = \pi_{dtn}(\{-30\})=0$
$\Pi_{dtn}(\{-25\}) = \pi_{dtn}(\{-25\})=0{,}4$
$\Pi_{dtn}(\{-20\}) = \pi_{dtn}(\{-20\})=1$
$\Pi_{dtn}(\{-15\}) = \pi_{dtn}(\{-15\})=0$

Et plus généralement : pour tout $u \in U$, $\Pi_x(\{u\}) = \pi_x(\{u\})$.

On introduit six variables propositionnelles Xp, Xn, Xz, Yp, Yn et Yz définies telles que :

Xp : "εti is dtp" Xn : "εti is dtn" Xz : "εti is dtz"
Yp : "Δεti is ddtp" Yn : "Δεti is ddtn" Yz : "Δεti is ddtz"

On attribue à chacune de ces variables leur degré de possibilité associé, on obtient donc les couples :

(Xp, $\pi_{dtp}(\varepsilon ti)$), (Xn,$\pi_{dtn}(\varepsilon ti)$), (Xz,$\pi_{dtz}(\varepsilon ti)$),
(Yp, $\pi_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)$), (Yp,$\pi_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)$), (Yp,$\pi_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)$).

Pour représenter les actions, on introduit cinq variables propositionnelles, Ac, Apc, Bo, Bz, Bf définies telles que :

Ac: "Ch is C" Apc: "Ch is PC"
Bo : " Ov is O" Bz : " Ov is Z" Bf : " Ov is F"

De la même façon que pour les variables d'entrées, on attribue à chacune de ces variables leur degré de possibilité associé, on obtient donc les couples :

(Ac, $\pi_c(Ch)$), (Apc,$\pi_{pc}(Ch)$),
(Bo, $\pi_o(Ov)$), (Bz,$\pi_z(Ov)$), (Bf,$\pi_f(Ov)$).

Pour déterminer ces distributions de possibilité (et donc ces les degrés de possibilité), on doit appliquer la résolution possibiliste.

Avant d'appliquer la résolution possibiliste, il faut définir l'ensemble des clauses de départ C. On rappelle qu'à chacune des clauses doit être associé sont degré de possibilité (clauses possibilistes).

Chacun des couples définis précédemment forme une clause de C. De plus, à partir de l'ensemble de règles du système on sélectionne les règles concernées de la même manière qu'en logique floue. Ensuite, on les met sous forme CNF pour pouvoir les ajouter à l'ensemble C.

Par définition, les règles sont vraies donc les clauses issues de ces règles ont toutes un coefficient de possibilité égal à 1.

A partir de là, on peut appliquer la résolution possibiliste à C.

Une fois la déduction faite, la prise de décision est indépendante de la déduction. On utilisera la méthode de façon analogue, mais cette fois ci avec la distribution de possibilité des variables de sortie à la place des fonctions d'appartenance.

En logique possibiliste on utilise pour cela des méthodes de fusion parmi lesquelles la méthode de la moyenne.

2. Exemple d'application

Nous avons choisi de traiter ici l'exemple du paragraphe 2.3.

Prenons une température de consigne de 22°C et une température réelle de 21°C.

$\varepsilon ti = \theta c - \theta i = 22\text{-}21 = 1°C$ et $\Delta\varepsilon ti = 1$.

Les fonctions d'appartenance étant continues, on choisit de les discrétiser suivant un pas de 1. On obtient donc :

$\pi_{dtp}\ (\varepsilon ti)) = \pi_{dtp}(1)) = 0.1$ $\pi_{ddtp}(\Delta\varepsilon ti)) = \pi_{ddtp}(1)) = 0.35$

$\pi_{dtz}\ (\varepsilon ti)) = \pi_{dtz}(1)) = 0.5$ $\pi_{ddtz}(\Delta\varepsilon ti)) = \pi_{ddtz}(1)) = 0$

$\pi_{dtn}\ (\varepsilon ti)) = \pi_{dtn}(1)) = 0$ $\pi_{ddtn}(\Delta\varepsilon ti)) = \pi_{ddtn}(1)) = 0$

On a, enfin, les clauses suivantes :

C1. (Xp, 0.1) C2. (Xz, 0.5) C3. (Xn, 0)
C4. (Yp, 0.35) C5. (Yz, 0) C6. (Yn, 0)

On sélectionne donc les règles appropriées : R3 et R6.

Après mise sous forme CNF, on obtient les clauses :

C7. (¬Xp v ¬Yp v Ac, 1)
C8. (¬Xp v ¬Yp v Bf, 1)
C9. (¬Xz v ¬Yp v Apc, 1)
C10. (¬Xz v ¬Yp v Bf, 1)

On veut à présent déterminer le coefficient de chaque variable de sortie. Par exemple pour la variable Ac, on effectue la résolution suivante :

On ajoute la clause : C11. (¬Ac, 1)

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
(\neg Xp \vee \neg Yp \vee Ac, 1) \arrow[dr] & & (\neg Ac, 1) \arrow[dl] & & \\
& (\neg Xp \vee \neg Yp, 1) \arrow[dr] & & (Xp, 0.1) \arrow[dl] & \\
& & (\neg Yp, 0.1) \arrow[dr] & & (\neg Yp, 0.1) \arrow[dl] \\
& & & (\perp, 0.1) &
\end{tikzcd}
$$

On en déduit donc : (Ac, 0.1)
De même, pour les autres variables de sortie on obtient :
(Apc, 0.35) (Bo, 0) (Bz, 0) (Bf, 0.35)

<u>Prise de décision :</u>

Nous venons donc de voir comment il était possible de déterminer les distributions de possibilité des variables de sortie. Cependant, ces résultats ne sont qu'une représentation des connaissances et ne peuvent pas être utilisés tels quels dans la réalité. C'est pourquoi il nous faut, en logique possibiliste, définir une nouvelle distribution de possibilité afin de pouvoir exploiter les résultats précédents.

Soit $\pi_{Ch}(y)$ et $\pi_{Ov}(z)$ deux distributions de possibilité définies telles que :

$$\{0,\dots,1\} \longrightarrow \{0,\dots,1\} \qquad \text{et} \qquad \{-1.5,\dots,1.5\} \longrightarrow \{0,\dots,1\}$$
$$y_i \longrightarrow \pi_{Ch}(y_i) \qquad\qquad z_i \longrightarrow \pi_{Ov}(z_i)$$

Si $0 \leq y_i \leq 0.5$ alors $\pi_{Ch}(y_i) = \pi_{pc}(Ch)$.	Si $-1.5 \leq z_i \leq -0.25$ alors $\pi_{Ov}(z_i) = \pi_f(Ov)$.
Si $0.5 \leq y_i \leq 1$ alors $\pi_{Ch}(y_i) = \pi_c(Ch)$.	Si $0.5 \leq z_i \leq 1$ alors $\pi_{Ov}(z_i) = 0$.

On obtient alors plusieurs variables propositionnelles auxquelles on associe un degré de possibilité et dont le nombre dépend du pas de discrétisation choisi. Par exemple :

E1: « $y_i = 0.1$ » et (E1 , $\pi_{Ch}(0.1)$)
E2: « $y_i = 0.2$ » et (E2 , $\pi_{Ch}(0.2)$)
⋮
E9: « $y_i = 0.9$ » et (E9 , $\pi_{Ch}(0.9)$)

Grâce à ces variables, on peut appliquer, en logique possibiliste, une méthode de fusion qui permet de trouver le résultat souhaité. Une de ces méthodes, appelée méthode de la « moyenne », est similaire à la méthode du centre de gravité de la logique floue.

On obtient après application d'une méthode de fusion les coefficients réels correspondant aux actions à effectuer. Y0 correspond au thermostat du chauffage et Y1 au coefficient d'ouverture du rideau. Après calcul, on obtient :

Y0 = 0,38 et Y1 = -0,76.

VI. Conclusion :

L'équipe AI a décidé d'utiliser la logique floue pour représenter la connaissance nécessaire à la modélisation de la gestion automatique de la serre.
Grâce aux fonctions d'appartenance et aux expertises des agronomes, leur système permet un fonctionnement automatisé fiable et efficace de la serre.
Nous avons présenté dans ce rapport la logique possibiliste qui peut être une alternative à la logique floue et nous avons montré comment traduire le système de commande flou en système de commande possibiliste. L'intérêt de l'utilisation de la logique possibiliste réside dans le fait que cette logique permet de représenter des informations ordinales alors que la logique floue ne permet de représenter que des informations numériques.

VII. Bibliographie :

[1] F. Lafont et J.-F. Balmat " Fuzzy logic to the identification and command of the multidimensional systems" . International Journal of computational cognitive. (invited paper). 2003

[2] D. Dubois, J. Lang et H. Prade "Possibilistic logic". Handbook of artificial intelligence. 1992

[3] J.Lang "Possibilistic logic: complexity and algorithms". Handbook of artificial intelligence. 1997

[4] J. Lang "Logique possibiliste : aspects formels, déduction automatique et applications " , PhD Thesis, Université Paul Sabatier, 1991.

[5] J.-R. Tong-Tong, " La logique floue", Hermes Science Publications, 1995.

[6] Lien internet : http://www.tn.refer.org/hebergement/cours/logique_floue/